

Exercício 20 (Cap. 5 do livro)

- a) Qual a percentagem de provas de duas páginas sem erros de ortografia?

X variável aleatória que representa o número de erros de ortografia que um aluno dá por página

$$X \sim \text{Po}(1.5)$$

Então com base nas propriedades da distribuição de Poisson tem-se:

Y variável aleatória que representa o número de erros de ortografia de um aluno numa prova de duas páginas

$$Y \sim \text{Po}(1.5 + 1.5) \text{ ou } Y \sim \text{Po}(3)$$

$$P(Y = 0) = \frac{e^{-3}3^0}{0!} = 0.0498$$

- b) Se um aluno escreveu quatro páginas, qual a probabilidade de ter cometido mais de 8 erros.

Y variável aleatória que representa o número de erros de ortografia de um aluno em quatro páginas

$$Y \sim \text{Po}(4 \times 1.5) \text{ ou } Y \sim \text{Po}(6)$$

$$P(Y > 8) = 1 - P(Y \leq 8) = 1 - \sum_{y=0}^8 \frac{e^{-6}6^y}{y!} = 1 - 0.8472 = 0.1528$$

- c) Escolhidas ao acaso cinco provas de quatro páginas cada, qual a probabilidade de apenas uma delas não ter erros de ortografia?

U variável aleatória que representa o número de provas de quatro páginas sem erros em cinco provas escolhidas ao acaso

$$U \sim B(5, \theta)$$

$\theta = P(\text{sucesso}) = P(Y = 0) = 0,0025$, sendo Y a variável aleatória definida na alínea b)

$$P(U = 1) = \binom{5}{1} 0.0025^1 (1 - 0.0025)^{5-1} = 0.0124$$

- g) Numa prova com seis páginas contaram-se dez erros, qual a probabilidade de metade deles estarem nas duas primeiras páginas?

Y_1 variável aleatória que representa o número de erros de ortografia de um aluno numa prova de seis páginas

$$Y_1 \sim \text{Po}(6 \times 1.5) \text{ ou } Y_1 \sim \text{Po}(9)$$

Y_2 variável aleatória que representa o número de erros de ortografia de um aluno numa prova de duas páginas (as duas primeiras páginas da prova)

$$Y_2 \sim \text{Po}(2 \times 1.5) \text{ ou } Y_2 \sim \text{Po}(3)$$

$P(Y_2 = 5 | Y_1 = 10) = \frac{P(Y_2=5 \cap Y_1=10)}{P(Y_1=10)}$, mas no numerador o intervalo não é disjunto e por isso temos de definir mais uma variável aleatória.

Y_3 variável aleatória que representa o número de erros de ortografia de um aluno numa prova de quatro páginas (as quatro últimas páginas da prova)

$$Y_3 \sim \text{Po}(4 \times 1.5) \text{ ou } Y_3 \sim \text{Po}(6)$$

$$P(Y_2 = 5 | Y_1 = 10) = \frac{P(Y_2=5 \cap Y_1=10)}{P(Y_1=10)} = \frac{P(Y_2=5 \cap Y_3=5)}{P(Y_1=10)} = \frac{P(Y_2=5) \times P(Y_3=5)}{P(Y_1=10)} = \frac{0.1008 \times 0.1606}{0.1186} = 0.1365$$